

Rapport final, Ecole CIMPA, YAOUNDE, CAMEROUN

**OUTILS DE TOPOLOGIE ALGEBRIQUE ET D'ALGEBRE
HOMOLOGIQUE. APPLICATIONS AUX ESPACE DE CONFIGURATIONS
ET A L'ALGEBRE DE LIE-RINEHART.**

Université de Yaoundé I, École Nationale Supérieure Polytechnique.

Du 09 au 20 Avril 2018.

par

Calvin TCHEKA.

1 Aspects administratifs et organisationnels

1.1 Organisation générale

L'école CIMPA de Yaoundé a été coordonnée par Bitjong Ndombol, Frédéric Patras, Calvin Tcheka et Joseph Dongho. Les coordonnateurs ont conçu et mis en ligne le site web de l'école CIMPA (https://math.unice.fr/~patras/YAOUNDE_CIMPA_2018/index.html). Ce site web contient l'ensemble des informations relatives à l'école telles que le programme scientifique, les procédures d'inscription des participants nationaux et internationaux. L'adresse du site web a été largement diffusée à l'intérieur du Cameroun et à travers l'Afrique sub-saharienne.

Les coordonnateurs se sont chargés de mobiliser des fonds nationaux et internationaux pour la réussite de l'école. A cet effet, plusieurs lettres de demande de soutien financier ont été adressées à des institutions ou projets scientifiques bien ciblés. Parmi ceux-ci nous pouvons citer, outre le CIMPA :

- 1. Les Universités d'état locales.**
- 2. Le Centre International pour la Physique Théorique (ICTP).**
- 3. Le projet du Centre International Africaine en Technologies de l'Information et de la Communication(CETIC) financé par la Banque Mondiale.**
- 4. L'Agence Universitaire de la francophonie(AUF).**
- 5. L'Union Mathématique Internationale (IMU).**

De toutes ces institutions ou projets scientifiques, seuls le CETIC, l'AUF et l'IMU ont favorablement répondu à nos sollicitations.

Les coordonnateurs se sont par ailleurs attelés à examiner les demandes de participation à l'école CIMPA des étudiants camerounais. Tandis que pour les participants non camerounais, la sélection a été effectuée par le comité scientifique de l'école en étroite collaboration avec le représentant du CIMPA. A la suite de cette sélection rigoureuse et objective, les coordonnateurs locaux ont informé les élus nationaux pendant que le CIMPA informait les candidats internationaux retenus pour participer à ladite école. Des lettres d'invitation officielle ont été envoyées à tous les participants pour faciliter leurs démarches d'obtention de visa d'entrée au Cameroun ou pour justifier leur absence.

L'accueil des participants sur le sol camerounais s'est globalement bien passé en dépit de quelques tracasseries routières enregistrées lors du voyage de transit de la ville de Douala à celle de Yaoundé pour certains participants.

L'école CIMPA a débuté par une cérémonie d'ouverture présidée par le Vice Recteur de l'Université de Yaoundé I en présence du représentant du directeur exécutif du CIMPA, du directeur de l'Ecole nationale supérieure polytechnique, des conférenciers et participants de l'école. Cette cérémonie s'est très bien déroulée.

1.2 Participants

Quarante cinq (45) participants dont cinq (05) participantes ont effectivement pris part à ce grand rendez-vous de Topologie et de Géométrie. Ils venaient essentiellement du Cameroun mais aussi du Congo Brazzaville, de la République Centrafricaine et du Benin.

Huit (08) étudiants non Camerounais ont été sélectionnés sur les quinze (15) dossiers de candidature déposés via la plateforme web du CIMPA, mais deux (02) parmi eux n'ont pas pu participer à l'école pour des raisons soit administratives, soit financières.

1.3 Structure d'accueil

L'école nationale supérieure polytechnique de l'université Yaoundé I où se sont entièrement déroulées les assises a chaleureusement accueilli l'école CIMPA en mettant à sa disposition une salle ultramoderne pour la cérémonie d'ouverture, une salle avec des équipements adéquats pour le déroulement des cours et exposés et enfin une salle appropriée pour les pauses-café.

Les déjeuners offerts à tous les participants étaient pris à Central Hôtel. Cette institution hôtelière paisible, dotée d'un réseau wifi, située non loin du lieu où se déroulaient les cours, et dans laquelle étaient logés tous les participants non camerounais est propice aux échanges.

Le Comité local d'organisation a pu négocier des chambres haut de gamme et des déjeuners copieux à des tarifs préférentiels.

1.4 Ambiance

L'ambiance était particulièrement conviviale, les différents lieux s'y prêtant bien. Les participants ont pu avec aisance faire connaissance mutuellement. Les discussions allaient bon train lors des pauses-café et après les déjeuners. Il est à noter que cette bonne ambiance s'est également répercutée pendant les parties scientifiques de l'école CIMPA avec beaucoup de participation et de bonne humeur lors des cours et exposés.

2 Aspects scientifiques et pédagogiques

2.1 Le programme pédagogique

L'emploi du temps effectif et complet des deux semaines de l'école CIMPA est joint en annexe de ce rapport, il peut également être consulté sur le site web de l'école.

2.2 Les cours

Les syllabus, ainsi que les résumés des cours sont disponibles à l'adresse web:

https://math.unice.fr/~patras/YAOUNDE_CIMPA_2018/index.html

Cours 1: Méthodes de topologie algébrique et d'algèbre homologique.

Par Cristina Costoya (**Universidade da Coruna-Espagne**),
avec des **Compléments sur le groupe fondamental**
par Calvin Tcheka (**Université de Dschang-Cameroun**).

L'algèbre homologique est un domaine des mathématiques qui traite des structures algébriques munies d'une différentielle permettant de définir la notion de (co)homologie, qui est une technique générale permettant de mesurer l'obstruction qu'ont certaines suites de morphismes à être exactes. L'algèbre homologique regroupe les complexes de (co)chaînes, les suites spectrales et les foncteurs dérivés. Elle trouve essentiellement ses applications en topologie algébrique et en géométrie. Il est indéniable que l'algèbre homologique reste un socle fondamental incontournable pour la formation des futurs enseignants-chercheurs des domaines de la géométrie et de la topologie algébrique.

Cours 2 : Opérades algébriques, combinatoires et structures supérieures.

Par Frédéric Patras (**CNRS-Université de Nice**).

Algébriquement, une opérade est une structure algébrique modélisant les propriétés (associativité,

commutativité, et autres relations) d'une algèbre. Intuitivement, les éléments d'une opérade correspondent à des opérations à plusieurs entrées, que l'on peut additionner ou composer. Ces opérations sont représentées par des arbres, que l'on peut greffer les uns aux autres pour représenter la composition.

Introduites en topologie algébrique vers 1970 par Peter May, les opérades se sont avérées comme étant des outils mathématiques très utilisés par des topologues pour résoudre des problèmes d'une complexité notoire. D'où la nécessité d'un tel cours dans la formation des futurs chercheurs.

Cours 3: Espace de configurations, homologie et opérades associées.

Par Pascal LAMBRECHTS ([Université de catholique de Louvain- Belgique](#)).

Le cours portait sur:

a) L'opérade des petits disques

L'opérade des petits disques est le prototype d'une opérade topologique. Elle est construite en considérant les plongements de n disques dans le disque unité (avec une construction analogue en dimensions supérieures).

Ces opérades ont de nombreuses utilisations en topologie et en algèbre homologique. Elles sont liées aux espaces de lacets, aux propriétés fines de l'homologie de Hochschild, aux travaux de Kontsevich sur la quantification par déformation. Elles ont par ailleurs une combinatoire très riche -assez proche de celle des espaces de configurations.

b) Théorie des cordes et espaces de configuration.

Notons $\text{Conf}(k, X)$ l'espace de configuration dont le nombre de points dans X est k . Plus précisément, $\text{Conf}(k, X)$ est la collection de tous les k -uplets (x_1, \dots, x_k) de X^k tels que x_i est différent de x_j dès que i est distinct de j . Cette collection est munie de la topologie induite de X^k . Les espaces $\text{Conf}(K, X)$ sont liés à (ou permettent d'étudier) des objets tels que l'opérade des petits disques, l'homologie de factorisation, l'homologie de Hochschild, et ce qui nous intéressera plus spécifiquement ici, la théorie des cordes.

Explicitons ici à titre d'indication le lien avec la théorie des nœuds qui donne l'idée des phénomènes en jeu. Un nœud est un plongement du cercle dans \mathbb{R}^n , $n > 2$. Pour étudier les nœuds, il est plus commode de considérer l'espace de tous les nœuds (que de les regarder un par un) que nous notons L . Une question naturelle est de calculer par exemple les groupes d'homologie de L . Pour ce faire, on discrétise le nœud : c'est-à-dire qu'on pense un nœud comme étant la limite d'une suite de suites de points qui ne se rencontrent pas. On pourrait donc écrire que $L = \lim_k (\text{Conf}(k, \mathbb{R}^n))$, et obtenir ainsi un modèle combinatoire de L en termes des espaces de configuration $\text{Conf}(k, \mathbb{R}^n)$. Ce modèle a

été obtenu par Sinha dans les années 2006. D'après les travaux de beaucoup d'autres mathématiciens (comme P. Lambrechts, I. Volic, V. Turchin, P.A. Songhafou), l'homologie de L est une algèbre de Poisson explicitement calculable ; le calcul est rendu explicite à cause du fait que l'homologie de $\text{Conf}(k, \mathbb{R}^n)$ est bien connue. En fait, l'homologie de L est isomorphe à l'homologie de Hochschild de l'opérade des petits disques dans \mathbb{R}^n .

A travers ces enseignements, le spécialiste a donné aux jeunes chercheurs les fondamentaux de ce domaine de la topologie algébrique dont les applications sont multiples.

Cours 4: Algèbre de Jacobi et variétés de Poisson.

Par Eugène OKASSA ([Université Marien Ngouabi, Congo](#)).

Ce cours présentait les fondamentaux de la géométrie différentielle. Plus précisément, Il était question, après avoir introduit la notion d'algèbres de Lie-Rinehart-Jacobi (respectivement d'algèbres de Lie-Rinehart-Poisson), de montrer que les algèbres de Jacobi et les variétés de Jacobi (respectivement les algèbres de Poisson et les variétés de Poisson) peuvent être définies uniquement en termes d'algèbres de Lie-Rinehart-Jacobi (respectivement en termes d'algèbres de Lie-Rinehart-Poisson).

Cours 5: Méthodes homologiques en géométrie de Koszul et en géométrie de l'information.

Par Michel NGUIFFO BOYOM ([Université de Montpellier-France](#)).

L'objet de ce cours était de mettre en évidence l'impact des travaux de Jean-Louis Koszul sur les mathématiques appliquées via la géométrie de l'information. Ainsi ce cours permet aux participants de voir comment à partir de la géométrie complexe et abstraite on peut explorer la théorie de l'information.

2.3 Exposés

A côtés des ces cours fondamentaux et enrichissants qui généralement occupaient toutes les matinées, les participants ont eu droit certains après-midi à des exposés de travaux de recherches dans des domaines variés:

1- Sharp norm estimate for weighted Bergman projector in mixed norm spaces

([Jocelyn Gonessa-Univeristé de Bangui, R.C.A.](#)).

2- Induced and alpha-associated connection on rigged null Hypersurfaces

(Ferdinand Ngakeu-Université de Douala, Cameroun).

3- Theory of Pell equations and applications

(Armand Noubissie- IMSP, Benin).

4- La Caractéristique D'Euler

(Pascal Lambrechts-UCL, Belgique).

5- Introduction aux algèbres préLie.

(Frédéric Patras, Université de Nice, France).

3 Aspects Financiers

* **Le CIMPA** a mis à la disposition de l'école une somme de douze mille euros (12000 euros) qui a été exclusivement gérée par les membres et représentants de ladite institution.

Ces fonds ont servis à financer:

- les voyages et séjours d'étudiants non camerounais,
- les séjours des conférenciers Eugène Okassa et Jocelyn Gonessa de nationalités congolaise et centrafricaine respectivement,
- les pauses-café pendant toute la durée de l'école,
- partiellement les déjeuners des étudiants camerounais,
- les voyages des étudiants camerounais venant de l'extrême nord du pays (université de Maroua),
- le fonctionnement de l'école (le carburant pour transport interne, impression des attestations de participation, les cahiers pour la prise des notes pendant l'école).

* **IMU** a mis à la disposition de l'école une somme de mille cinq cent euros (1500 euros) qui a été exclusivement gérée par Frédéric Patras. Ces fonds ont servis à financer des séjours de participants d'Afrique Centrale non camerounais.

* **AUF** a mis à la disposition de l'école une somme de deux mille cinq cent euros (2500 euros) dont deux mille euros (2000 euros) gérés par ladite institution ont servi à l'achat des titres de voyage des conférenciers Eugène Okassa et Jocelyn Gonessa et cinq cent (500 euros) sont destinés à la reproduction des actes par le comité local d'organisation.

* **CETIC** a mis à la disposition de l'école une somme de six mille euros (6000 euros) exclusivement

gérée par les responsables dudit Projet. Ces fonds ont servis au financement des voyages et séjours des conférenciers dont les noms suivent: Nguiffo Boyom Michel, Paul Bourguine, Pascal Lambrechts, et Cristina Costoya de nationalités française, belge et espagnole respectivement.

4 Remerciements

Les membres du comité d'organisation de l'école CIMPA de Yaoundé souhaitent remercier vivement tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réussite de cette école, particulièrement le directeur exécutif du Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées (CIMPA), les responsables du projet Centre International Africaine en Technologies de l'Information et de la Communication(CETIC), les responsables de l'Agence Universitaire de la Francophonie (AUF) ainsi que ceux de l'Union Internationale de Mathématiques (IMU) pour avoir bien voulu sponsoriser cet événement scientifique dont l'importance pour le développement des mathématiques en général et de la topologie algébrique et géométrie en particulier dans la sous région d'Afrique centrale n'est plus à démontrer.

Nous remercions également l'ensemble des conférenciers Paul Bourguine, Cristina Costoya, Pascal Lambrechts, Michel Nguiffo Boyom, Eugène Okassa, Frédéric Patras, pour leur disponibilité et leur grande générosité dans l'animation scientifique de cette école de recherche. Enfin, un grand merci à l'ensemble des participants de l'école CIMPA, particulièrement à ceux venus de très loin faire vivre les mathématiques à l'université de Yaoundé I, plus précisément à l'école nationale supérieure polytechnique de Yaoundé pendant ces deux inoubliables semaines riches d'enseignements mathématiques et humains.